
Test di Matematica

Scienze Agrarie 06/06/2019



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--	--

2)

--	--

3)

--	--

4)

--	--

5)

--	--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Matematica

Scienze Agrarie 06/06/2019



1) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(3x)}{\sin(6x)}.$$

2) Calcolare le equazioni degli eventuali asintoti verticali della funzione

$$f(x) = \log |x + 2|.$$

3) È data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}.$$

Indicare i valori di x per i quali risulta $f'(x) > 0$.

4) Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \frac{\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)}{\sqrt{x+3}}.$$

5) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx.$$

SOLUZIONE

1) Si modifica il limite ottenendo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(3x)}{\sin(6x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(3x)}{3x} \cdot \frac{6x}{\sin(6x)} \cdot \frac{3}{6} \sin(3x) \right) = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times 0 = 0.$$

2) La funzione non risulta definita per $x = -2$ ed essendo

$$\lim_{x \rightarrow -2} \log |x + 2| = -\infty,$$

la retta di equazione $x = -2$ è asintoto verticale per la funzione data.

3) Si ha $f'(x) = \frac{2x+3}{2\sqrt{x^2+3x}}$. Il denominatore risulta (definito e) positivo per $x < -3$ e per $x > 0$ mentre il numeratore risulta positivo per $x > -3/2$. Quindi si ha $f'(x) > 0$ per $x > 0$.

4) L'insieme di definizione D è dato dai valori reali per i quali $x \neq 0$ e $x + 3 > 0$.
Si ha quindi

$$D = (-3, 0) \cup (0, +\infty).$$

5) Si applica la decomposizione di Hermite dalla quale risulta

$$\frac{1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x + 3} \right).$$

Si ha quindi

$$\int \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx = \frac{1}{4} \left(\int \frac{1}{x - 1} dx - \int \frac{1}{x + 3} dx \right) = \frac{1}{4} (\log |x - 1| - \log |x + 3|) + c.$$